



- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
 - Este examen consta de 8 ejercicios.**
 - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
 - Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Considera la función f definida por $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ para $x \neq 1, -1$.

- Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f . **(1.25 puntos)**
- Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f . **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Determina la única función derivable $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que cumple que $f(0) = 1$, $f'(0) = 1$ y $f''(x) = e^x(x + 2)$.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & m \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- Determina los valores de m para los que AB no tiene inversa. **(0.75 puntos)**
- Determina los valores de m para los que BA no tiene inversa. **(0.75 puntos)**
- Para $m = 0$, resuelve, si es posible, el sistema dado por $BAX = C$ y halla una solución en la que $x + y + z = 0$. **(1 punto)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera los puntos $A(t, 2, -1)$, $B(0, 1, 1)$, $C(-1, 0, 2)$ y $D(2, 3, -t - 1)$.

- Calcula el valor o valores de t para que el volumen del tetraedro de vértices A, B, C, D sea 5 unidades cúbicas. **(1.25 puntos)**
- Para $t = 0$, calcula la distancia del punto A a la recta determinada por los puntos B y C . **(1.25 puntos)**



EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tiene un punto crítico en $x = 0$, que su gráfica pasa por $(0, 3)$ y que la recta $y = -2x + 2$ es tangente a dicha gráfica en el punto de abscisa $x = 1$. Calcula a , b , c y d .

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Calcula el valor de $a > 0$ para que el área comprendida entre la parábola $y = 3x^2 - 2ax$ y el eje de abscisas sea 4 unidades cuadradas.

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) Sabiendo que una matriz X verifica que $X^3AX = B^2$, halla los posibles valores de su determinante. **(1 punto)**
- b) Determina, si existe, una matriz Y que verifique $A^2YB^{-1} = A$. **(1.5 puntos)**
-

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera el punto $A(0, 1, -2)$ y los planos $\pi_1 \equiv 2x - y - z + 5 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + 5y - 6z - 4 = 0$.

- a) Halla el punto simétrico de A respecto de π_1 . **(1.5 puntos)**
- b) Determina la recta que pasa por A y es paralela a π_1 y π_2 . **(1 punto)**
-